




# Assessment of soil behavior under the foundation for a 115/34,5 kV–36 MVA power transformer based on Navier's Law

Eduardo Bas <sup>a</sup> , Franzyuri Hernández <sup>b</sup> , Zoraida Villegas <sup>c</sup> 

<sup>a</sup>Departamento de Ciencias, Núcleo Anzoátegui, Universidad de Oriente, Venezuela.

<sup>b</sup>Departamento de Informática, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo, Venezuela.

<sup>c</sup>Departamento de Matemática y Física, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo, Venezuela.



<https://doi.org/10.54139/revinguc.v29i1.165>

**Abstract.-** This article evaluates the behavior of the soil under a reinforced concrete foundation loaded with a 115/34,5 kV – 36 MVA power transformer, whose weight is 65 000 kgf anchored to it, and located in a seismic threat zone 7; and a soil with a specific weight of 2035 kgf/cm<sup>3</sup>, an admissible stress of 3,24 kgf/cm<sup>3</sup>, with a spectral shape S3 and a correction factor of 0,75. The analysis is carried out following the principles of Soil Mechanics and the Standard Funvisis/Ministry of Science and Technology [1]. The resulting maximum and minimum stresses under the foundation were verified for the condition of the vertical static load and seismic load, obtaining satisfactory values.

**Keywords:** Central core; center of pressure; allowable stress; basal shear force.

## Evaluación del comportamiento del suelo bajo la fundación para un transformador de potencia 115/34,5 kV–36 MVA partiendo de la Ley de Navier

**Resumen.-** En el presente artículo se evalúa el comportamiento del suelo bajo una fundación de concreto armado cargada con un transformador de potencia de 115/34,5 kV – 36 MVA, cuyo peso es de 65 000 kgf anclado a la misma, y ubicada en una zona de amenaza sísmica 7; y un suelo con un peso específico de 2035 kgf/cm<sup>3</sup>, un esfuerzo admisible de 3,24 kgf/cm<sup>3</sup>, con una forma espectral S3 y un factor de corrección de 0,75. El análisis se realizó siguiendo los principios de la Mecánica de Suelos y la Norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1]. Se verificaron los esfuerzos máximos y mínimos resultantes bajo la fundación para la condición de la carga estática vertical y carga sísmica, obteniéndose valores satisfactorios.

**Palabras clave:** Núcleo central; centro de presión; esfuerzo admisible; fuerza cortante basal.

Recibido: 14 de noviembre, 2021.

Aceptado: 25 de febrero, 2022.

### 1. Introducción

Generalmente se denomina fundación a la parte más baja de una estructura, y su función es transferir las solicitaciones de la estructura al suelo sobre el que está descansando, Das [2]; el cometido de una fundación durante un sismo es proporcionar a la edificación una base rígida capaz de transmitir adecuadamente las acciones que se producen por la interacción entre el movimiento del

suelo y de la estructura, sin que se generen fallas o deformaciones excesivas en el suelo de apoyo, Bazán y Meli [3].

Ahora bien, si existe a poca profundidad un estrato de suelo adecuado para soportar las solicitaciones de la estructura, ésta puede desplantarse sobre el mismo con una fundación directa o superficial, Terzaghi y Peck [4]. Es de suma importancia tener presente que el comportamiento sísmico de una edificación no está influenciado únicamente por la respuesta de la superestructura, sino también por la interacción de ésta con la fundación y el suelo que la soporta, Rodríguez, Bojórquez, Reyes-Salazar, Avilés y Ruiz [5].

Las normas sísmorresistentes definen los mé-

\* Autor para correspondencia:

Correo-e:ebas1961@gmail.com (E. Bas)

todos de análisis para cuantificar los efectos de los sismos sobre las estructuras, entre los que se encuentra el Método Estático Equivalente. Generalmente estas normas se basan en una estimación del período fundamental de vibración para cuantificar la fuerza cortante basal, en el caso de Venezuela, esto está tipificado en la norma de Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1].

Cuando se quiere evaluar la respuesta sísmica de una estructura generalmente se supone que su base se encuentra empotrada, es decir, que la estructura se encuentra impedida de trasladarse y de rotar, esta suposición es válida para estructuras desplantadas en suelos relativamente rígidos, sin embargo, es necesario verificar las condiciones de empotramiento de la estructura cuando se encuentre desplantada en un suelo flexible, Rodríguez, Bojórquez, Reyes-Salazar, Avilés y Ruiz [5].

En el presente artículo se desarrolla la evaluación del comportamiento del suelo bajo las sollicitaciones producidas por un transformador de potencia 115/34,5 kV - 36 MVA anclado sobre una fundación de concreto armado, para lo cual se determinó la fuerza de corte basal siguiendo el Método Estático Equivalente para determinar el momento originado por el sismo, según Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1], previamente se determinaron: el período de variación de respuesta dúctil, el período fundamental, así como la ordenada del espectro de diseño.

Posteriormente se determinó la ubicación del centro de presiones, excentricidades y esfuerzos resultantes en el suelo bajo los vértices de la fundación partiendo de la Ley de Navier, según Fratelli, [6], bajo la condición de cargas estáticas y con momentos generados por la acción sísmica aplicados en las dos direcciones ortogonales a los ejes de simetría de la zapata, obteniéndose en todos los casos valores satisfactorios, por lo que la fundación se considera que responde de una forma adecuada ante las sollicitaciones impuestas.

Si bien es cierto que es recomendable, en el diseño de fundaciones, que el centro de presiones quede dentro del núcleo central de la misma, en ocasiones existen limitaciones externas que

impiden esta situación, si esto llegara a ocurrir, pero el centro de presiones coincide con una de los ejes principales de inercia es necesario replantear las ecuaciones de la estática, situación esta que se analiza también en el presente artículo.

## 2. Metodología

El artículo se desarrolla siguiendo los principios de la Mecánica de Suelos y el código normativo en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1], particularmente partiendo de la Ley de Navier sobre elementos sometidos a cargas axiales, momentos flectores, siempre y cuando el centro de presiones se ubique dentro del núcleo central de la zapata; sin embargo cuando el centro de presiones se ubica fuera del núcleo central, pero coincide con uno de los ejes principales de inercia se realiza el replanteo de las ecuaciones de la estática y se obtiene una expresión que permite calcular el esfuerzo máximo generado en el suelo debajo de los vértices donde ocurre la compresión y la distancia a lo largo del eje donde ocurre la compresión del mismo. En el caso de que el centro de presiones quede fuera del núcleo central y presente una doble excentricidad, es decir, que no coincida con ninguno de los ejes principales de inercia se sugieren algunos métodos aproximados que permiten obtener el esfuerzo generado en el suelo.

A continuación, se realiza la evaluación del comportamiento del suelo bajo la fundación de un transformador de potencia 115/34,5 kV – 36 MVA, ubicado en la ciudad de Carúpano, estado Sucre (Venezuela), catalogada esta ciudad como zona de elevado peligro sísmico, a la cual le corresponde una zona sísmica 7, según refiere Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1].

Para la evaluación de la fundación es necesario conocer las características del transformador de potencia, las características geotécnicas del suelo y la geometría de la fundación.

*Características del transformador de potencia 115/34,5 kV – 36 MVA*

- Peso total (incluido el aceite): 65,000 kgf

- Separación entre puntos de apoyos: 1,510 m en ambas direcciones
- Altura del centro de gravedad del transformador con respecto a la parte inferior de la rueda: 1,80 m

En las Figuras 1, 2 y 3 se muestran las vistas típicas de planta, vista frontal y vista lateral del transformador de potencia de 115/34,5 kV – 36 MVA.

### Características del suelo

En el caso de estudio se trata de un suelo clasificado como arcilla con arena media a fina de media plasticidad, de acuerdo a la Clasificación Unificada de Suelos, con un peso específico de  $\gamma_s = 2035 \text{ kgf/cm}^3$ , y un esfuerzo admisible  $\sigma_{adm} = 3,24 \text{ kgf/cm}^3$ .

El suelo en cuestión clasifica como suelos firmes/medio densos con una velocidad promedio de las ondas de corte entre 170 y 250 m/s, y una altura del estrato superior a los 50 m, por lo que la forma espectral del suelo se corresponde con la forma espectral “S3” y factor de corrección del coeficiente de aceleración horizontal según la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1].

### Geometría de la fundación

En las Figuras 4 y 5 se muestra una vista de planta y un corte de la fundación del transformador de potencia

### Determinación de la fuerza cortante basal “ $V_0$ ” (Método Estático Equivalente)

Para la determinación de la fuerza cortante basal se utiliza el Método Estático Equivalente aplicable a edificaciones regulares que no excedan los 10 pisos ni 30 metros, según lo indica la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología (2001), y se considera el transformador anclado a los rieles de la fundación y su masa concentrada en el centro de masa del mismo; la ecuación (1) permite determinar la fuerza cortante basal.

$$V_0 = \mu \cdot A_d \cdot W \quad (1)$$

Donde:

$V_0$ : Fuerza cortante basal.

$\mu$ : Factor de modificación de cortantes.

$A_d$ : Ordenada del espectro de diseño, expresada como una fracción de la aceleración de la gravedad.

$W$ : Peso total de la edificación por encima del nivel base.

**Nota:**  $\mu$  debe ser el mayor valor que resulte de la aplicación de las ecuaciones (2) y (3).

$$\mu = 1,4 \left( \frac{N + 9}{2N + 12} \right) \quad (2)$$

$$\mu = 0,80 + \frac{1}{20} \left( \frac{T}{T^*} - 1 \right) \quad (3)$$

Donde:

$N$ : Número de niveles.  $T$ : Período fundamental de la edificación en segundos.  $T^*$ : Valor máximo del período en el intervalo donde los espectros normalizados tienen un valor constante, en segundos.

**Nota:** Sin embargo, como alternativa para el cálculo del período fundamental de la edificación la citada norma permite tomar este período igual a “ $T_a$ ” en función del tipo de edificación.

Donde:

$T_a$ : Período fundamental de la edificación estimado en base a relaciones empíricas, en segundos.

Por tratarse de una fundación compuesta por una zapata y muros en ambas direcciones, lo cual se corresponde con un sistema estructural resistente a sismo tipo III, según lo clasifica la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1], como estructuras capaces de resistir la totalidad de las acciones sísmicas mediante muros estructurales de concreto armado. Para estructuras tipo III, el período fundamental de la estructura se obtiene con la ecuación (4):

$$T = T_a = 0,05 \cdot h_n^{0,75} \quad (4)$$

Donde:

$h_n$ : Altura medida desde el centro de gravedad del transformador hasta el nivel donde los desplazamientos estén restringidos de forma total o parcial (nivel de suelo).

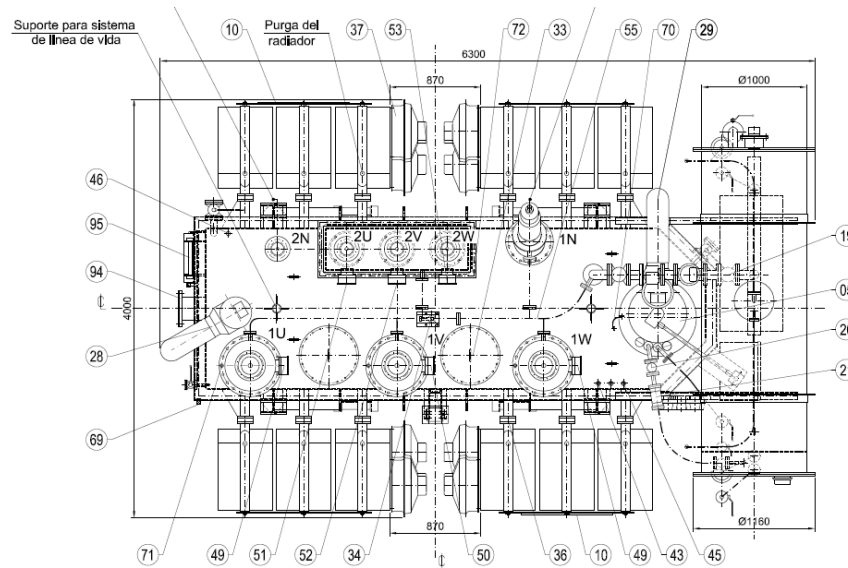


Figura 1: Vista típica de planta de un transformador de potencia 115/34,5 kV – 36 MVA

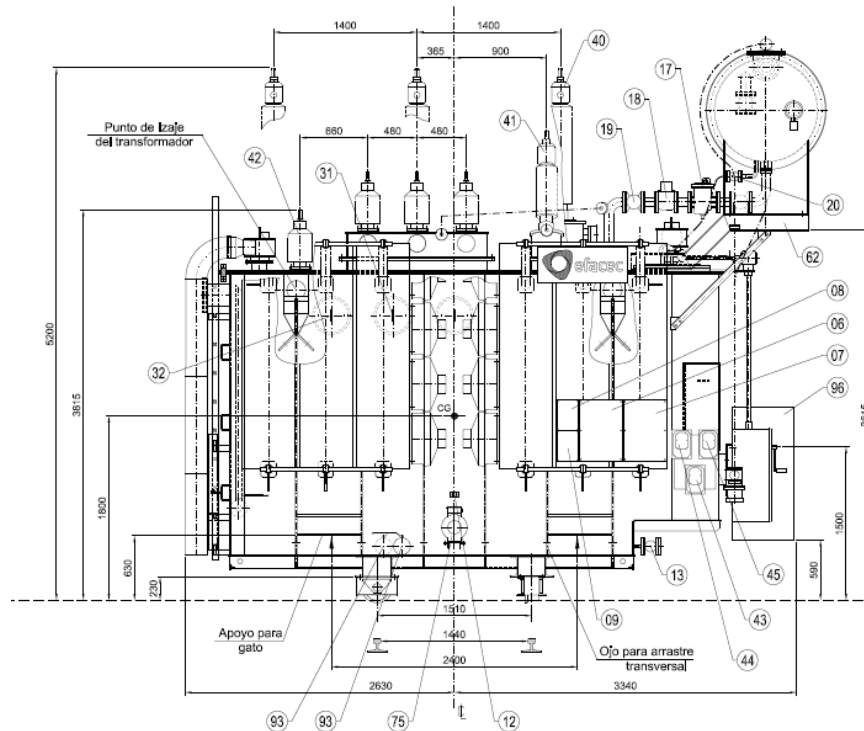


Figura 2: Vista frontal típica de un transformador de potencia 115/34,5 kV – 36 MVA

En las Figuras 2 y 5 se observa que la altura del centro de gravedad del transformador respecto a la parte inferior de las ruedas es de: 1,80 m y la altura libre del muro por encima del suelo, incluyendo la altura de los rieles, es de 0,50 m respectivamente; aplicando la ecuación (5) se determina la altura desde el centro de gravedad con respecto al suelo.

$$h_n = h_{CG} + 0,5 \text{ m} \quad (5)$$

$$h_n = 2,3 \text{ m}$$

Sustituyendo el valor de  $h_n$  en la ecuación (4) se obtiene el valor del período fundamental de la

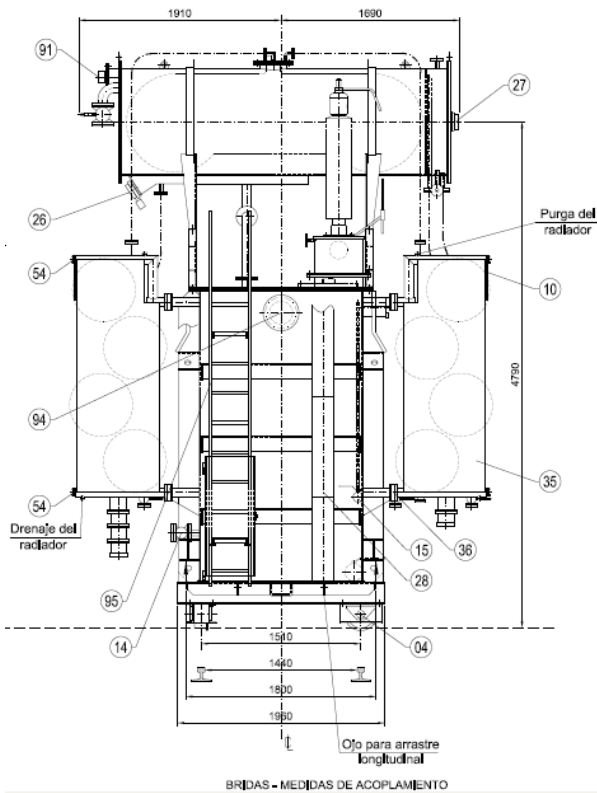


Figura 3: Vista lateral típica de un transformador de potencia 115/34,5 kV – 36 MVA

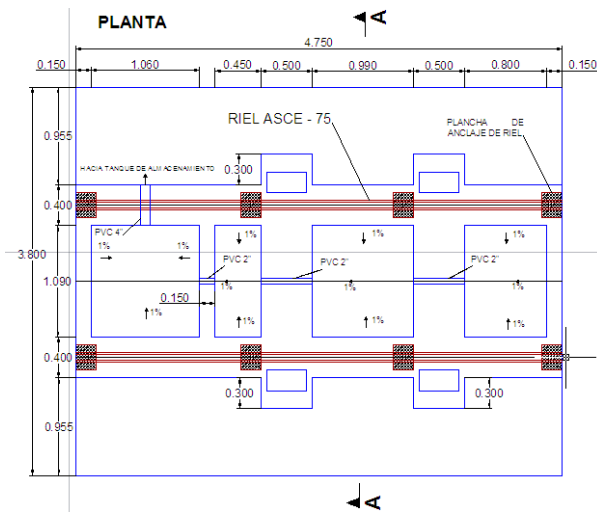


Figura 4: Vista de planta de la fundación del transformador de potencia

estructura.

$$T = T_a = 0,09338 \text{ s}$$

El período fundamental arroja un valor muy pequeño poniendo de manifiesto la rigidez de la

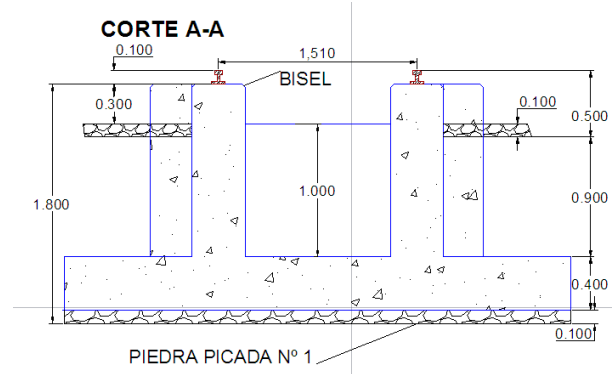


Figura 5: Corte A-A de la fundación del transformador de potencia

estructura. Por otro lado, para una forma espectral del suelo “S3” la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1] en su artículo 7.2 indica los valores para los siguientes parámetros:  $T^*$ : 1,0 (Valor máximo del período en el intervalo donde los espectros normalizados tienen un valor constante, en segundos).

$\beta$ : 2,8 (Factor de magnificación promedio).

$p$ : 1,0 (Exponente que define la rama descendente del espectro).

Sustituyendo los valores de  $N = 1$  en la ecuación (2), se tiene:

$$\mu = 1$$

Sustituyendo los valores de  $T = T_a = 0,09338$  y  $T^* = 1,0$  en la ecuación (3), se tiene:

$$\mu = 0,75467$$

De los resultados anteriores se toma el mayor ya que genera el cortante basal más desfavorable, por lo que se adopta  $\mu = 1$ .

Para la determinación de la ordenada del espectro de diseño  $A_d$  es necesario establecer en qué rama del espectro se encuentra el período fundamental  $T = T_a$ , para ello es preciso determinar el período característico de respuesta dúctil  $T^+$ , que es función del factor de reducción de respuesta  $R$ , que a su vez es función del tipo de material de la estructura, del tipo de sistema estructural y el nivel de diseño correspondiente, según Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1].

Para el caso de instalaciones que albergan equipos de potencia que forman parte de una subestación eléctrica, como lo es un transformador de potencia, es clasificada dentro del *GRUPO A* y para una zona sísmica 7, le corresponde un Nivel de Diseño 3 (*ND3*); por lo tanto para estructuras de concreto armado, sistema estructural *TIPO III* y Nivel de Diseño 3 (*ND3*), se tiene que el factor de reducción de respuesta es  $R = 4,5$ , todo esto según lo tipificado en la norma de Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1].

Ahora bien, la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología [1] establece en su artículo 7.2 la expresión para el cálculo del período característico de variación de respuesta dúctil  $T^+$ , el cual se obtiene con la aplicación de la ecuación (6), y éste debe ser mayor que el valor del período a partir del cual los espectros normalizados tienen un valor constante  $T_0$  dado por la ecuación (7).

$$\begin{aligned} \text{Para } R < 5 \Rightarrow T^+ &= 0,1(R - 1) \\ \text{Con: } T^+ &\geq T_0 \end{aligned} \quad (6)$$

Sustituyendo  $R = 4,5$  en la ecuación (6) se tiene:

$$T^+ = 0,35 \text{ s}$$

Sin embargo, es necesario compararlo con el valor resultante en la ecuación (7), para lo cual se sustituye el valor máximo del período en el intervalo donde los espectros normalizados tienen un valor constante  $T^* = 1$  en la ecuación (7) y se obtiene el valor de  $T_0$ .

$$T_0 = 0,25T^* \quad (7)$$

$$T_0 = 0,25 \text{ s}$$

Por lo que la condición  $T^+ = 0,35 \text{ s} > T_0 = 0,25 \text{ s}$  se cumple, por lo tanto, el valor del período característico de variación de respuesta dúctil es:  $T^+ = 0,35 \text{ s}$

Visto que el período fundamental de la edificación  $T = T_a = 0,09338 \text{ s}$  es menor que el período característico de respuesta dúctil  $T^+ = 0,35 \text{ s}$  la ecuación correspondiente para la determinación de la ordenada del espectro de

diseño  $A_d$  se corresponde con la ecuación (8) indicada a continuación: Para  $T = T_a < T^+$  Se tiene:

$$A_d = \frac{\alpha \cdot \varphi \cdot A_0 \left(1 + \frac{T}{T^+} (\beta - 1)\right)}{1 + \left(\frac{T}{T^+}\right)^c (R - 1)} \quad (8)$$

Donde:

$A_d$ : ordenada del espectro de diseño expresada como una fracción de la aceleración de la gravedad.

$\alpha$ : factor de importancia que depende del grupo al cual pertenece la edificación.

$\varphi$ : factor de corrección del coeficiente de aceleración horizontal.

$A_0$ : coeficiente de aceleración horizontal.

$T$ : período fundamental de la edificación.

$T^+$ : período característico de respuesta dúctil.

$\beta$ : factor de magnificación promedio.

$c$ : adhesión entre el terreno y la fundación.

$R$  factor de reducción de respuesta.

Según la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología (2001):

- Para edificaciones pertenecientes al *GRUPO A*  $\Rightarrow \alpha = 1,30$ .
- Para zona sísmica 7  $\Rightarrow A_0 = 0,40$ .

Para la determinación del coeficiente de adhesión entre el terreno y la fundación  $c$  se emplea la ecuación (9)

$$c = \sqrt[4]{\frac{R}{\beta}} \quad (9)$$

Sustituyendo en la ecuación (9) los valores de  $R = 4,5$  y  $\beta = 2,8$  se obtiene el valor de la adhesión entre el terreno y la fundación:  $c = 1,125936$ .

Por lo que sustituyendo valores en la ecuación (8) se tiene el valor de la ordenada del espectro expresada como una fracción de la aceleración de la gravedad:  $A_d = 0,32239$ .

Determinación del peso por encima del nivel base  $W$ , para lo cual se suman el peso del transformador más el peso de los muros de concreto por encima del nivel del suelo. Peso del transformador: 65000 kgf.

Peso del muro sobre el suelo: 4750 kgf.  $W = 69750$  kgf.

Para la determinación de la fuerza cortante basal  $V_0$  se emplea la ecuación (1), la cual arroja el siguiente resultado:  $V_0 = 22\,486,70$  kgf.

Sin embargo, la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología (2001) establece que el coeficiente sísmico  $\frac{V_0}{W}$  debe ser mayor que el siguiente valor:  $\frac{\alpha A_0}{R}$ .

$$\frac{V_0}{W} = 0,32239 > \frac{\alpha A_0}{R} = 0,1156$$

La comparación anterior tiene como objeto limitar el mínimo valor para la fuerza cortante basal, del resultado obtenido anteriormente se evidencia que se cumple la condición por lo que la fuerza cortante basal es:  $V_0 = 22\,486,70$  kgf.

*Determinación de los esfuerzos transmitidos al suelo:*

El esfuerzo último de un suelo que soporta una fundación superficial o directa no es más que la carga máxima por unidad de superficie que hace que el suelo falle por corte, y el esfuerzo admisible del mismo es el que resulta de dividir este esfuerzo último por un factor de seguridad que generalmente se toma con 3, Das [2].

Por razones de la configuración del sistema de enfriamiento (radiadores) el centro de gravedad del transformador de potencia no puede ser ubicado en el baricentro  $B$  de la zapata, sino que debe desplazarse unos 43 centímetros en su eje longitudinal, lo cual, de entrada, genera una excentricidad por cargas verticales estáticas y con las acciones sísmicas (horizontales) actuando en el centro de gravedad ( $CG$ ) del transformador se generan excentricidades adicionales, en la Figura 6 se muestra la ubicación del transformador sobre la base, el baricentro de la zapata, la proyección del centro de gravedad del transformador en planta y el núcleo central de la zapata, que según Fratelli [6] es un paralelogramo cuyos vértices se ubican a una distancia de  $1/6$  de la longitud de los lados de la zapata con respecto a su baricentro.

- Determinación de las coordenadas del baricentro  $B$  (centro geométrico) de la zapata respecto al vértice inferior izquierdo de la misma considerando el eje horizontal como eje  $X$  y el eje vertical como eje  $Y$ , las ecuaciones (10) y (11) permiten obtener el baricentro de la zapata:

$$X_B = \frac{B_X}{2} \tag{10}$$

$$Y_B = \frac{B_Y}{2} \tag{11}$$

$$B = (B_X; B_Y)$$

Donde:

$X_B$ : coordenada en el eje horizontal del baricentro de la fundación.

$Y_B$ : coordenada en el eje vertical del baricentro de la fundación.

$B_X$ : longitud de la zapata en la dirección del eje horizontal.

$B_Y$ : longitud de la zapata en la dirección del eje vertical.

Sustituyendo los valores del ancho y largo de las dimensiones de la zapata en las ecuaciones (10) y (11) se obtienen las coordenadas del baricentro de la zapata, cuyo valor se indica a continuación:  $B = (1,90; 2,375)$ .

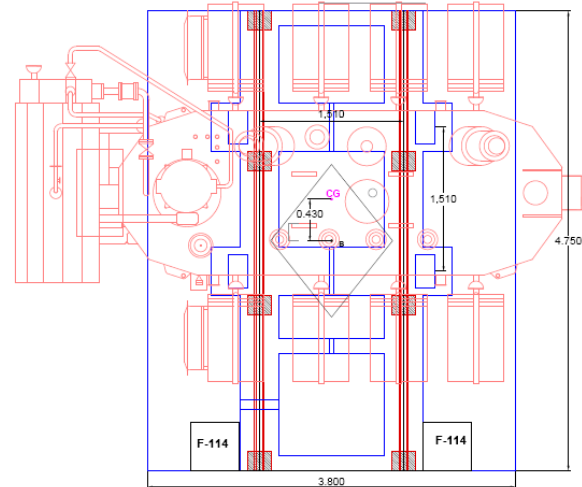


Figura 6: Disposición del transformador sobre la fundación

- Determinación del centro de presiones (CP).**  
 Para la determinación del centro de presiones, se subdivide la fundación en varios elementos como se indica en la Figura 7, donde se enumeran los elementos y se supone que el transformador trasmite su peso a la fundación en la misma proporción en cada punto de contacto de éste con la misma (las ruedas), con la finalidad de aplicar las ecuaciones (12) y (13):

$$CP_X = \frac{\sum P_i \cdot X_i}{\sum P_i} \quad (12)$$

$$CP_Y = \frac{\sum P_i \cdot Y_i}{\sum P_i} \quad (13)$$

$$CP = (CP_X; CP_Y)$$

Donde:

$CP_X, CP_Y$ : coordenadas en  $X$  y  $Y$  del centro de presión respectivamente.  $P_i$ : el peso de cada elemento de la fundación y el suelo sobre la zapata  $X_i$ : coordenada  $X$  del elemento  $i$ .  $Y_i$ : coordenada  $Y$  del elemento  $i$ .  $\sum P_i \cdot X_i$  y  $\sum P_i \cdot Y_i$ : Producto de las cargas verticales por su distancia al origen de coordenadas.  $\sum P_i$ : sumatoria de todas las cargas verticales.

Los valores de:  $\sum P_i \cdot X_i$ ,  $\sum P_i \cdot Y_i$  y  $\sum P_i$  se indican en la Tabla 1.

Nota: Para el cálculo de los momentos en los ejes  $X$  y  $Y$  producto de las cargas verticales se tomó el origen del sistema de referencia en el vértice inferior izquierdo de la planta de la fundación indicada en la Figura 7.

Sustituyendo los valores en las ecuaciones (12) y (13) se obtienen los valores de las coordenadas del centro de presión, las cuales se indican a continuación:  $CP = (1,900; 2,127)$  m.

- Determinación de las excentricidades por carga vertical** Las excentricidades por carga vertical se obtienen de la diferencia entre las coordenadas del baricentro de la zapata y el centro de presiones como se indica en las ecuaciones (14) y (15):

$$e'_x = X_B - CP_x \quad (14)$$

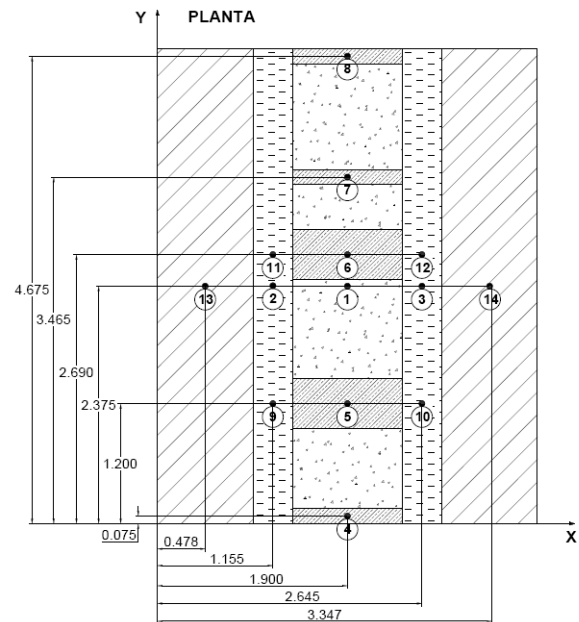


Figura 7: Identificación de los elementos de la fundación y ruedas del transformador

$$e'_y = Y_B - CP_y \quad (15)$$

Donde:  $e'_x, e'_y$ : son las excentricidades en  $X$  y  $Y$  por carga vertical respectivamente.

Sustituyendo los valores de las coordenadas del baricentro de la zapata y del centro de presiones en las ecuaciones (14) y (15) se obtienen las excentricidades por carga vertical en los ejes  $X$  y  $Y$  respectivamente, las cuales se muestran en la Tabla 2.

La Figura 8 muestra la ubicación del centro de presión (CP) dentro del núcleo central de la zapata

- Determinación de los esfuerzos por carga vertical  $P$  ( $\sigma$ ):** Cuando el centro de presiones de la resultante de las cargas exteriores y los momentos resultan contenidos dentro del núcleo central de la zapata en planta, ésta se halla totalmente comprimida, por lo tanto para cualquier punto de coordenadas  $(X, Y)$  bajo la zapata, como se indica en la Figura 9, se puede obtener el esfuerzo aplicando la Ley de Navier que se muestra en la ecuación (16), que representa la ecuación general para determinar el esfuerzo en zapatas sometidas a carga



Tabla 1: Determinación de la sumatoria de fuerzas verticales y momentos por carga vertical en los ejes X y Y

Elemento	Dimensiones			Elementos iguales	Peso Unitario (kgf/m <sup>3</sup> )	P <sub>i</sub> (kgf)	X <sub>i</sub> (m)	P <sub>i</sub> · X <sub>i</sub> (kgf-m)	Y <sub>i</sub> (m)	P <sub>i</sub> · Y <sub>i</sub> (kgf-m)
	En X (m)	En Y (m)	En Z (m)							
1 Zapata	3,8	4,75	0,4	1	2.500,00	18.050,00	1,9	34.295,00	2,375	42.868,75
2 Muro Long	0,4	4,75	1,3	1	2.500,00	6.175,00	1,155	7.132,13	2,375	14.665,63
3 Muro Long	0,4	4,75	1,3	1	2.500,00	6.175,00	2,645	16.332,88	2,375	14.665,63
4 Muro Trans	1,09	0,15	1	1	2.500,00	408,75	1,9	776,63	0,075	30,66
5 Muro Trans	1,09	0,5	1	1	2.500,00	1.362,50	1,9	2.588,75	1,2	1.635,00
6 Muro Trans	1,09	0,5	1	1	2.500,00	1.362,50	1,9	2.588,75	2,69	3.665,13
7 Muro Trans	1,09	0,15	1	1	2.500,00	408,75	1,9	776,63	3,465	1.416,32
8 Muro Trans	1,09	0,15	1	1	2.500,00	408,75	1,9	776,63	4,675	1.910,91
9 Carga Rueda	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	16.250,00	1,155	18.768,75	1,2	19.500,00
10 Carga Rueda	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	16.250,00	2,645	42.981,25	1,2	19.500,00
11 Carga Rueda	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	16.250,00	1,155	18.768,75	2,69	43.712,50
12 Carga Rueda	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	16.250,00	2,645	42.981,25	2,69	43.712,50
13 Suelo	0,855	4,75	1	1	2.035,00	8.264,64	0,4775	3.946,37	2,375	19.628,53
14 Suelo	0,855	4,75	1	1	2.035,00	8.264,64	3,3225	27.459,28	2,3675	19.566,54
					Σ	115880,54	Σ	220173,02	Σ	246478,08

Nota: Para el cálculo de los momentos en los ejes X y Y producto de las cargas verticales se tomó el origen del sistema de referencia en el vértice inferior izquierdo de la planta de la fundación indicada en la Figura 7.

Tabla 2: Determinación de excentricidades por carga vertical

Excentricidades (m)	
e' <sub>x</sub>	0,000
e' <sub>y</sub>	0,248

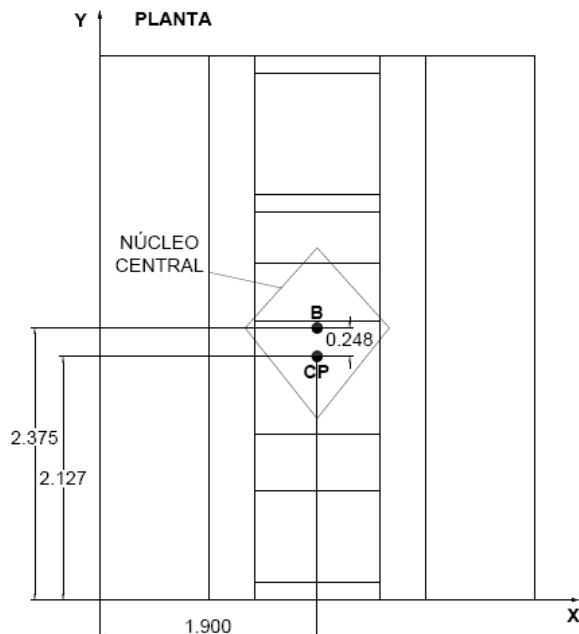


Figura 8: Ubicación del centro de presiones por carga vertical

vertical y momentos flectores, según refiere [7].

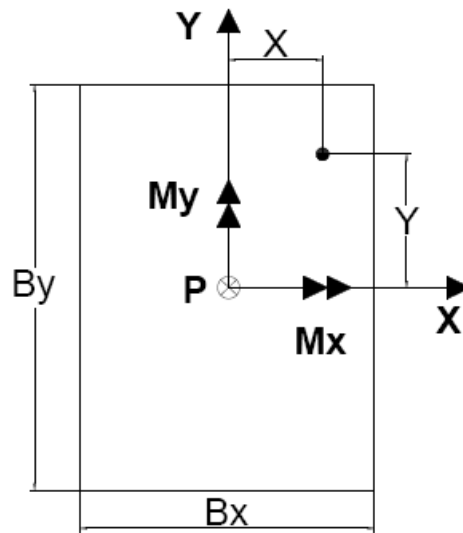


Figura 9: Planta de una fundación sometida a carga vertical y momentos

Ley de Navier:

$$\sigma = \frac{P}{B_x B_y} \pm \frac{M_x Y}{I_x} \pm \frac{M_y X}{I_y} \quad (16)$$

Donde:

P: es la carga vertical transmitida a la zapata.  
 B<sub>x</sub>, B<sub>y</sub>: son las dimensiones en planta de la zapata en las direcciones X y Y respectivamente.  
 M<sub>x</sub>, M<sub>y</sub>: momentos alrededor de los ejes X y Y

Y respectivamente generados por la aplicación excéntrica de la carga.

$I_x, I_y$ : son los momentos de inercia alrededor de los ejes  $X$  y  $Y$  respectivamente.

Ahora bien, si se hace coincidir esas coordenadas con los vértices de la zapata se pueden obtener los esfuerzos máximos y mínimos en dichos vértices.

Sabiendo que las expresiones que permiten cuantificar los momentos de inercia de una sección rectangular quedan definidas por las ecuaciones (17) y (18):

$$I_x = \frac{B_x B_y^3}{12} \quad (17)$$

$$I_y = \frac{B_x^3 B_y}{12} \quad (18)$$

Y haciendo en la ecuación (16):  $X = \frac{B_x}{2}$  y  $Y = \frac{B_y}{2}$  Y definiendo las excentricidades y despejando los momentos se tiene:

$$e'_x = \frac{M_y}{P} \Rightarrow M_y = P e'_x; e'_y = \frac{M_x}{P} \Rightarrow M_x = P e'_y$$

Sustituyendo en la ecuación (16) y ordenando los términos, se tiene:

$$\sigma = \frac{P}{B_x B_y} \left( 1 \pm \frac{6e'_x}{B_x} \pm \frac{6e'_y}{B_y} \right) \quad (19)$$

Esta ecuación permite obtener los esfuerzos máximos y mínimos en el suelo de fundación bajo los vértices de la zapata y es válida siempre y cuando el centro de presiones esté dentro del núcleo central de la zapata.

Sustituyendo los valores respectivos en la ecuación (19) se tienen los esfuerzos máximos y mínimos en los diferentes vértices de la zapata por los efectos de la carga vertical aplicada excéntricamente en el eje  $Y$ , los cuales se indican en la Tabla 3, donde los valores de  $P$  corresponden a las sumatoria de las cargas verticales indicados en la Tabla 1:

Según los resultados obtenidos en la Tabla 3, el suelo bajo la fundación se encuentra

Tabla 3: Esfuerzos resultantes en los vértices de la zapata por carga vertical excéntrica en  $Y$

Vértices	Esfuerzos resultantes $\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>
1	0,84
2	0,44
3	0,84
4	0,44

sometido a esfuerzos de compresión ya que todos los valores de esfuerzos en el suelo de fundación han resultado positivos, se puede observar que los esfuerzos resultantes en los vértices varían linealmente a lo largo del eje  $Y$ , esto debido a la excentricidad presente en ese eje, sin embargo, todos los esfuerzos están por debajo del esfuerzo admisible del suelo, indicando un comportamiento satisfactorio de la fundación ante las cargas verticales; en la Figura 10 se indica el diagrama de esfuerzos resultantes por carga vertical bajo la fundación.

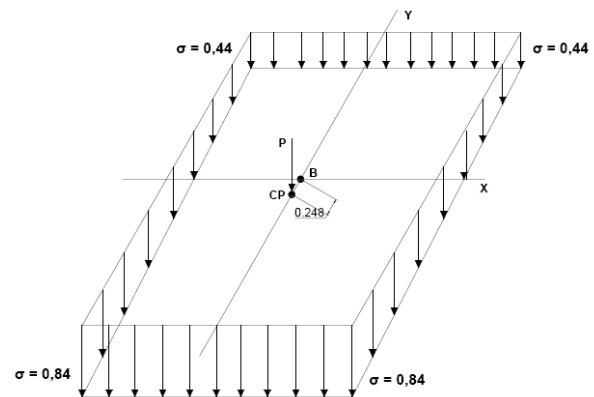


Figura 10: Diagrama de esfuerzos resultantes por carga vertical excéntrica

- Esfuerzos por carga vertical  $P$  y sismo en  $X$  ( $\sigma$ ): Excentricidad por sismo en  $X$  ( $e''_x$ ), la ecuación (20) permite hallar la excentricidad debido al sismo en  $X$ , donde  $M_x$  representa el momento en el eje  $X$  generado por la fuerza sísmica en ese eje, y  $P$  la sumatoria de las fuerzas verticales:

$$e''_x = \frac{M_x}{P} \quad (20)$$

Las excentricidades totales en cada eje ( $e_T$ ) se determinan por la suma de las excentricidades por carga vertical ( $e'$ ) y por sismo ( $e''$ ) según se muestra en las ecuaciones (21) y (22).

$$e_{Tx} = e'_x + e''_x \quad (21)$$

$$e_{Ty} = e'_y + e''_y \quad (22)$$

Sustituyendo los valores de las excentricidades por carga vertical y sismo en el eje “X” en las ecuaciones (21) y (22) se tienen las excentricidades totales las cuales se muestran en la Tabla 4:

Tabla 4: Excentricidades por momento en X y excentricidad total en X

Carga Vertical y Sismo en X	Excentricidades (m)	
Por Momento en X	$e''_x$	0,446
	$e''_y$	0,000
Total en X	$e_{x \text{ total}}$	0,446
	$e_{y \text{ total}}$	0,248

La Figura 11 muestra la ubicación del centro de presiones (CP) sobre la línea que define el núcleo central de la zapata.

Aplicando la ecuación (19) se obtienen los esfuerzos en los cuatro vértices de la zapata por el efecto de la carga vertical y el sismo en el eje “X”, los cuales se indican en la Tabla 5:

Tabla 5: Esfuerzos resultantes en los vértices de la zapata por la acción de carga vertical y sismo en el eje X

Vértices	Esfuerzos resultantes $\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>
1	1,30
2	0,89
3	0,39
4	0,00

En base a los resultados obtenidos en la Tabla 5 el suelo se encuentra sometido a una distribución irregular de esfuerzos producto de la doble excentricidad, una por carga vertical en el eje Y, y la otra en el eje X producto del sismo en ese eje; sin embargo,

Y PLANTA

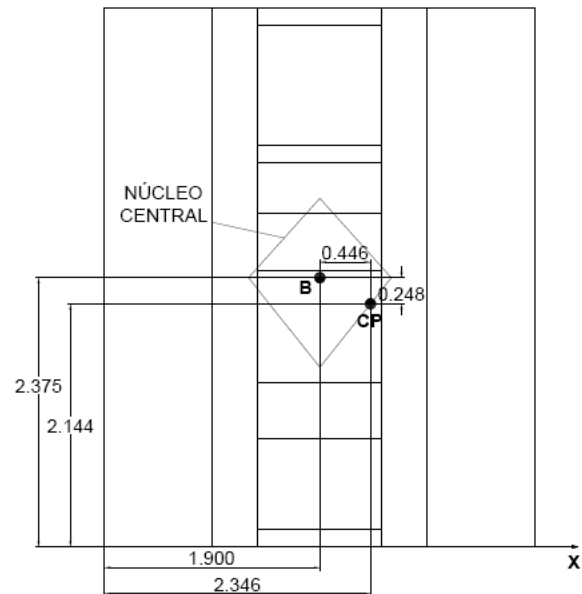


Figura 11: Ubicación del centro de presión por carga vertical y sismo en X

toda la fundación se encuentra sometida a un esfuerzo de compresión ya que en los vértices del N° 1 al N° 3 han arrojado valores de esfuerzos mayores a cero, excepto en el punto debajo del vértice N° 4, donde el esfuerzo es nulo, es decir, no se produce compresión ni tracción en ese punto; Sin embargo en términos generales el comportamiento de la fundación es adecuado bajo la acción de la carga vertical y el sismo en el eje X ya que no se superó el esfuerzo admisible del suelo. En la Figura 12 se indica el diagrama de esfuerzos resultantes por carga vertical y la acción sísmica en el eje X bajo la fundación.

- Esfuerzos por carga vertical “P” y sismo en “Y” ( $\sigma$ ): Excentricidad por sismo en “Y” ( $e''_y$ ), con la aplicación de la ecuación (23) se obtiene la excentricidad causada por la acción del sismo en el eje Y, donde  $M_y$  representa el momento producto de la fuerza sísmica en ese eje, y  $P$  la sumatoria de las cargas verticales:

$$e''_y = \frac{M_y}{P} \quad (23)$$

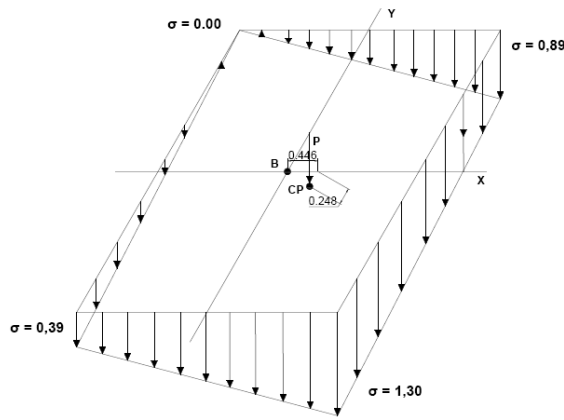


Figura 12: Diagrama de esfuerzos resultantes por carga vertical y sismo en X

Aplicando las ecuaciones (21) y (22) se obtienen las excentricidades totales en los ejes X y Y respectivamente por la acción de la carga vertical y el sismo en el eje Y, cuyos resultados se indican en la Tabla 6:

Tabla 6: Excentricidades por momento en el eje Y y excentricidad total

Carga Vertical y Sismo en Y	Excentricidades (m)	
	Por Momento en Y	$e_x''$
	$e_y''$	0,446
Total en Y	$e_x \text{ total}$	0,000
	$e_y \text{ total}$	0,694

La Figura 13 muestra la ubicación del centro de presiones (CP) dentro del núcleo central de la zapata.

Aplicando la ecuación la ecuación (19) se obtienen los esfuerzos en los cuatro vértices de la zapata por el efecto de la carga vertical y el sismo en el eje Y, los cuales se indican en la Tabla 7:

Los resultados de la Tabla 7 muestra los valores de los esfuerzos en los vértices de la zapata, estos valores indican que el suelo bajo la fundación se encuentra sometido a esfuerzos de compresión, ya que todos los valores de esfuerzos arrojaron valores positivos, sin embargo la variación de estos esfuerzos es lineal a lo largo del eje Y, esto

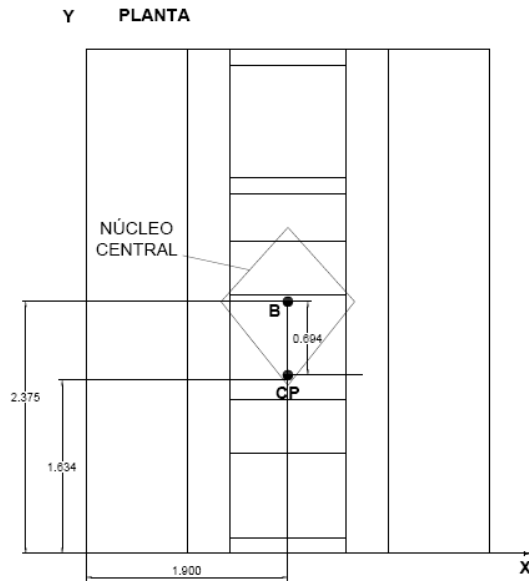


Figura 13: Ubicación del centro de presión por carga vertical y sismo en Y

Tabla 7: Esfuerzos resultantes en los vértices de la zapata por la acción de carga vertical y sismo en el eje Y

Vértices	Esfuerzos resultantes $\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>
1	1,21
2	0,08
3	1,21
4	0,08

debido a que solo existe excentricidad en ese eje, además todos los esfuerzos están por debajo del esfuerzo admisible del suelo lo cual indica un comportamiento aceptable de la fundación; en la Figura 14 se indica el diagrama de esfuerzos resultantes por carga vertical y sismo en Y bajo la fundación.

Es bueno acotar que, si en algún vértice se obtuviera un valor de esfuerzo negativo, esto indicaría que el suelo estaría sometido a un esfuerzo de tracción y la ecuación (19) dejaría de tener validez ya que el centro de presiones estaría ubicado fuera del núcleo central y los esfuerzos reales se incrementarían.

Ahora bien, si el centro de presiones está fuera del núcleo central de la zapata, pero coincide

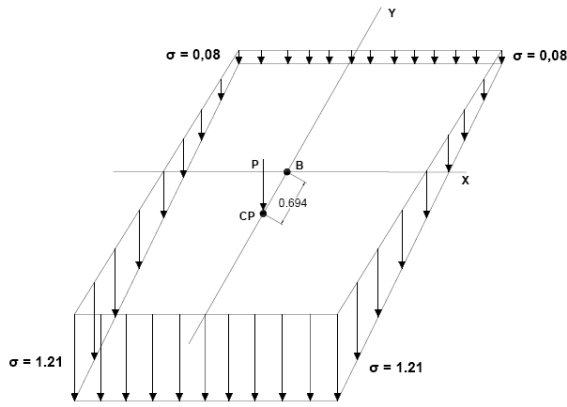


Figura 14: Diagrama de esfuerzos resultantes por carga vertical y sismo en Y

con uno de los ejes principales de inercia como se indica en la Figura 15 deben replantearse las ecuaciones de la estática como indica Irlles e Irlles [8]:

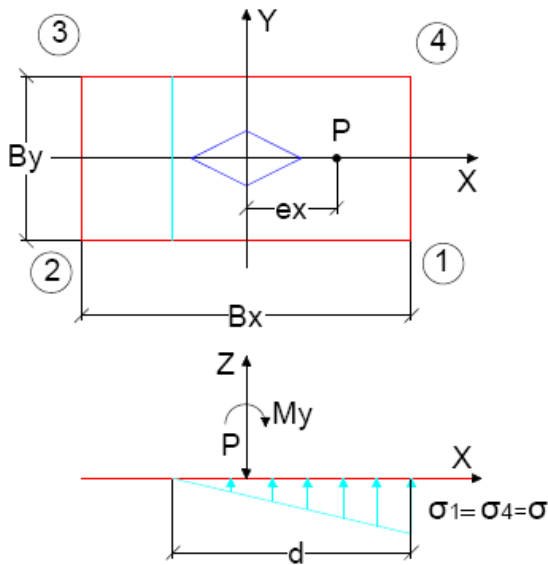


Figura 15: Zapata con centro de presiones fuera del núcleo central y sobre el eje X

En la condición de equilibrio se tiene la ecuación (24):

$$P = \frac{1}{2} \sigma dB_y \quad (24)$$

Despejando el esfuerzo ( $\sigma$ ), se tiene la

ecuación (25):

$$\sigma = \frac{2P}{dB_y} \quad (25)$$

Tomando momento respecto al eje que pasa por los vértices 1-4 y considerando positivo el sentido de las agujas del reloj, se tiene la ecuación (26):

$$M_y - P \frac{B_x}{2} = \left( \frac{1}{2} \sigma dB_y \right) \frac{d}{3} \quad (26)$$

Sustituyendo  $P$  en el segundo miembro de la ecuación (26), se tiene la ecuación (27):

$$M_y - P \frac{B_x}{2} = P \frac{d}{3} \quad (27)$$

Despejando “d” y simplificando, se tiene la ecuación (28):

$$d = 3 \left( \frac{M_y}{P} - \frac{B_x}{2} \right) \quad (28)$$

La ecuación (28) permite calcular la distancia  $d$  a lo largo del eje X donde se encuentra comprimida la zapata y la ecuación (25) permite calcular el esfuerzo máximo generado en los vértices 1 y 4 de la misma.

En las condiciones en que el centro de presiones sea excéntrico respecto a los dos ejes principales y a su vez se ubica fuera del núcleo central de la zapata la solución puede realizarse por métodos aproximados como los de Plock, de Kramrish-Fintel y de Teng entre otros, según refiere Fratelli [6]. Vale comentar que el suelo es incapaz de soportar esfuerzos de tracción, sin embargo, la norma en Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología, [1], en su sección 11.4.5 permite que bajo las condiciones más desfavorables que contemplen solicitaciones sísmicas, se acepta que en la fundación ocurra un levantamiento parcial que no exceda el veinticinco por ciento (25 %) del área total de apoyo, al mismo tiempo que permite que los esfuerzos máximos transferido al terreno sean mayores

que los admisibles bajo cargas estáticas según se establece en la subsección 11.4.5.1 de la misma norma, esta permisividad en la norma obedece básicamente a que las acciones sísmicas son de corta duración.

### 3. Conclusiones

De los resultados obtenidos se puede concluir que cuando la fundación del transformador es sometida a cargas verticales excéntricas, el suelo bajo ella se encuentra sometido a esfuerzos de compresión que varían linealmente de  $0,44 \text{ kg/cm}^2$  a  $0,84 \text{ kg/cm}^2$ , esta variación lineal se debe a que el centro de presiones se encuentra sobre unos de los ejes principales de inercia, en este caso el eje “Y”; además los valores de esfuerzos en el suelo se ubican por debajo del esfuerzo admisible del suelo de  $3,24 \text{ kg/cm}^2$  mostrando un desempeño satisfactorio bajo la acción de cargas estáticas.

Una vez incorporado el efecto sísmico en el eje X conjuntamente con la carga vertical excéntrica se produce una distribución de esfuerzo irregular debido a la excentricidad presente en ambos ejes coordinados con valores de esfuerzos que van desde  $0,00 \text{ kg/cm}^2$  hasta  $1,30 \text{ kg/cm}^2$ , aunque el esfuerzo máximo generado en el suelo se ha incrementado, con respecto a los valores obtenidos por carga vertical, sigue estando por debajo del esfuerzo admisible del suelo por lo que el comportamiento del suelo satisface las condiciones de solicitaciones impuestas.

Cuando se evalúa el efecto del sismo en Y conjuntamente con la carga vertical excéntrica se tiene nuevamente una distribución lineal de esfuerzos en el suelo que van desde  $0,08 \text{ kg/cm}^2$  a  $1,21 \text{ kg/cm}^2$ , volviendo a coincidir el centro de presiones con el eje Y; en este caso el esfuerzo máximo en el suelo está por debajo de su esfuerzo admisible por lo que su desempeño es aceptable.

En general se puede concluir que el comportamiento de suelo bajo la acción de la carga estática excéntrica y las combinaciones de las cargas estáticas y dinámicas (sismo) tiene un comportamiento satisfactorio ya que los esfuerzos máximos generados no superan el esfuerzo

admisible del suelo ni se generan esfuerzos de tracción en el mismo.

### 4. Referencias

- [1] Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología, *Norma Covenin 1756:2001. Edificaciones Sismorresistentes.*, Funvisis/Ministerio de Ciencias y Tecnología, Caracas, 2001.
- [2] B. Das, *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica*, 4a. edición ed. México: Cengage Learning Editores, S. A., 2015.
- [3] E. Bazán y R. Meli, *Diseño Sísmico de Edificios*. México: Editorial Limusa, S.A., 2001.
- [4] K. Terzaghi y R. Peck, *Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica*, 2a. edición ed. Buenos Aires: Editorial El Ateneo S.A., 1978.
- [5] A. Rodríguez, E. Bojórquez, A. Reyes-Salazar, J. Avilés, y S. Ruiz, “Determinación de Espectros de Respuesta Considerando daño Acumulado e Interacción Suelo-Estructura,” *Revista de Ingeniería Sísmica*, no. 96, pp. 18–38, 2017. <https://doi.org/10.18867/ris.96.474>
- [6] M. Fratelli, *Fundaciones, Suelos y Muros*. Caracas: Bonalde Editores, 1993.
- [7] A. Luévanos, “Un nuevo modelo para diseño de zapatas combinadas rectangulares de lindero con dos lados opuestos restringidos,” *Revista de la Asociación Latinoamericana de Control de Calidad, Patología y Recuperación de la Construcción*, vol. 6, no. 2, pp. 172–187, 2016. <https://doi.org/10.21041/ra.v6i2.137>
- [8] R. Irlés y F. Irlés, “Alternativa Analítica a la Determinación de Tensiones bajo Zapatas Rectangulares con Flexión Biaxial y Despegue Parcial,” *Informes de la Construcción. Revista del Consejo Superior de Investigaciones Científicas*, vol. 44, no. 419, pp. 77–89, 1992. <https://doi.org/10.3989/ic.1992.v44.i419.1338>